Modelación 2

Cristóbal Rojas

Universidad Andrés Bello
Santiago, Chile.

Curso co-dictado con Pamela Alvarez.

March 29, 2017

Recordemos que:

vimos como implementar implicancias con variables binarias del tipo:

$$\text{Si } d = 0 \implies x_A = 0 \quad (\text{ no se fabrica})$$
$$\text{Si } x_A > 0 \implies d = 1 \quad (\text{ si se fabrica })$$

Si M una cota superior de x, la restricción para d puede escribirse:

$$x_A - M \cdot d \leq 0$$

Para la otra dirección : $d = 1 \Longrightarrow x_A > 0$, usamos una cota inferior m:

$$x_A - m \cdot d \geq 0$$

vamos un ejemplo $\cdots$

Ejemplo

Problema 5

Una compañía está considerando la fabricación de tres tipos nuevos de vehículos: T1, T2, y T3. Los recursos necesarios para su fabricación, los recursos disponibles, y los beneficios esperados, para cada tipo de vehículo, se dan en la siguiente tabla:

Tipos	T1	T2	T3	Disponibilidad
Material	1500 kilos	3000 kilos	5000 kilos	6000000 kilos
Trabajo	30 horas	25 horas	40 horas	60000 horas
Beneficios	2000 euros	3000 euros	4000 euros	

La empresa quiere conocer qué tipo de vehículos debe fabricar y cuántos para maximizar los beneficios, teniendo en cuenta que un nuevo modelo solo resulta económicamente viable si se fabrican al menos 1000 unidades.

variables de decisión:

- $x_i =$ número de vehículos del tipo T_i
- d_i variables auxiliares binarias que cumplan:

$$\text{Si } d_i = 0 \implies \text{no se fabrica del tipo } T_i \ (x_i = 0)$$

$$\text{Si } x_i > 0 \implies d_i = 1$$

Problema 5

Una compañía está considerando la fabricación de tres tipos nuevos de vehículos: T1, T2, y T3. Los recursos necesarios para su fabricación, los recursos disponibles, y los beneficios esperados, para cada tipo de vehículo, se dan en la siguiente tabla:

Tipos	T1	T2	T3	Disponibilidad
Material	1500 kilos	3000 kilos	5000 kilos	6000000 kilos
Trabajo	30 horas	25 horas	40 horas	60000 horas
Beneficios	2000 euros	3000 euros	4000 euros	

La empresa quiere conocer qué tipo de vehículos debe fabricar y cuántos para maximizar los beneficios, teniendo en cuenta que un nuevo modelo solo resulta económicamente viable si se fabrican al menos 1000 unidades.

Restricciones: Necesitamos una cota para x_i, por ejemplo, $M = 60000/25 = 24000$.

$$\begin{aligned} x_i - Md_i &\leq 0 \text{ (realiza la variable } d_i) \quad i = 1, 2, 3 \\ x_i &\geq 1000 \cdot d_i \text{ (fabricar al menos 1000)} \quad i = 1, 2, 3 \\ 1500x_1 + 3000x_2 + 5000x_3 &\leq 6000000 \text{(limite de kilos)} \\ 30x_1 + 25x_2 + 40x_3 &\leq 6000000 \text{(limite de horas)} \end{aligned}$$

Restricciones Disyuntivas

La idea es poder imponer restricciones del tipo:

$$\text{se cumple} \ \ x_1 + 2x_2 \ \leq \ 10 \quad \text{ó} \quad 2x_1 + x_2 \ \leq \ 5$$

Para ello, usamos una cota superior M para *anular* la restricción:

$$\text{Si } M \geq x_1 + 2x_2 - 10 \ \ \text{entonces} \ \ x_1 + 2x_2 \ \leq \ 10 + M \quad \text{para todo} \ \ x_1, x_2.$$

Para M suficientemente grande, la restricción quedaría :

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &\leq 10 + M \cdot d \\ x_1 + 2x_2 &\leq 5 + M \cdot (1 - d) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ d &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Restricciones Disyuntivas

- Lo mismo se consigue usando variables d_1, d_2 e imponiendo $d_1 + d_2 = 1$.
- Esta variante permite, por ejemplo, permitir la posibilidad que ninguna se anule:

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 &\leq 10 + M \cdot d_1 \\
x_1 + 2x_2 &\leq 5 + M \cdot d_2 \\
d_1 + d_2 &\leq 1 \\
x_1, x_2 &\geq 0 \\
d &\in \{0, 1\}
\end{aligned}$$

Problema del inversionista

Un inversionista tiene 7 proyectos diferentes para invertir: $p_j : j = 1, \ldots 7$. El proyecto p_j requiere una inversión a_j y tiene una rentabilidad estimada $r_j, j = 1, \ldots, n$. Se desea maximizar la rentabilidad. Sea x_j la variable de decisión del proyecto j. Modele:

- Un proyecto se realiza completo o no se realiza:

$$x_j \in \{0, 1\}$$

- Función objetivo a maximizar:

$$\sum_{j=1}^{7} r_j x_j$$

- Dispone un de monto total $\$M$ para invertir:

$$\sum_{j=1}^{7} a_j x_j \leq M$$

Problema del Inversionista

- No se puede invertir en todos los proyectos:

$$\sum_{j=1}^{7} x_j < 7$$

- Para invertir en p_4 es necesario invertir en p_2:

$$x_4 \leq x_2$$

- Los proyectos 6 y 7 son excluyentes:

$$x_6 + x_7 \leq 1$$

Problema del Inversionista

- Debe invertir al menos en uno de los proyectos p_1, p_2, p_3, o al menos en 2 entre los proyectos p_2, p_4, p_7.

$$p_1 + p_2 + p_3 \geq 1 \quad \text{o} \quad p_2 + p_4 + p_7 \geq 2$$

Definimos variables binarias auxiliares d_1, d_2.

$$p_1 + p_2 + p_3 \geq d_1; \quad p_2 + p_4 + p_7 \geq 2d_2; \quad d_1 + d_2 \geq 1.$$

- No se puede invertir más de $\$R$ entre los proyectos p_4, p_5 y p_7:
Sea I_i el monto a invertir en p_i

$$I_4 x_4 + I_5 x_5 + I_7 x_7 \leq R$$

hasta aquí la materia por hoy.

Algunos anuncios

- El control 1 será de modelación, el próximo lunes.
- La ayudantía parte mañana.
- El resto de la clase lo pasaremos resolviendo algunos ejercicios.